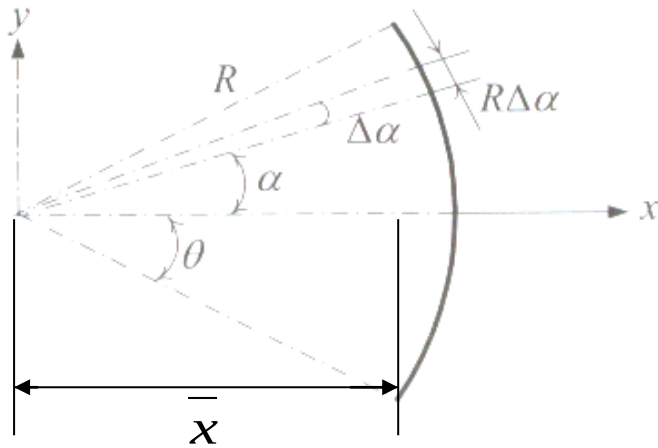


圓弧線之重心求法



如圖,圓弧線之重心必位於所對圓心角之平分線上,即位於 x 軸上,現求重心與 y 軸距離即 $\bar{x}$,取微小之圓弧線段 $R\Delta\alpha$, 則微小之圓弧線段之重心與 y 軸之距離為 $R\cos\alpha$,依力矩原理得:

$$2R\theta \bar{x} = \sum R^2 \cos\alpha \Delta\alpha \quad \bar{x} = \frac{R \sum \cos\alpha \Delta\alpha}{2\theta} \quad \text{-----(1)}$$

因為 $\Delta\alpha$ 非常微小,可忽略不計,由(1)式可改寫成下列積分式子

$$\bar{x} = \frac{R}{2\theta} \int_{-\theta}^{\theta} \cos\alpha d\alpha \quad \text{-----(2)}$$

由(2)式求定積分為

$$\frac{R}{2\theta} (\sin\alpha) \Big|_{-\theta}^{\theta} = \frac{R}{2\theta} (\sin\theta - \sin(-\theta)) = \frac{2R\sin\theta}{2\theta} = \frac{R\sin\theta}{\theta} \quad \text{-----(3)}$$

$$\text{即 } \bar{x} = \frac{R\sin\theta}{\theta}$$

此為圓弧之重心